УДК: 007:330.341.1+330.322.5
JEL Classification: C 02
doi: 10.31767/nasoa.4.2019.11

М. Є. СІНИЦЬКИЙ,
кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри економіко-математичних дисциплін
та інформаційних технологій,
Національна академія статистики, обліку та аудиту,
e-mail: rapathryl@gmail.com,
ORCID: 0000-0002-2954-615X

До питання оцінювання ризиків інвестиційних проектів з використанням нечітких множин¹

Розглянуто методи оцінювання ризику інвестиційного проекту у випадках, коли критерій проекту представлений нечітким числом, функція належності якого має вигляд трапеції, кривої Гауса чи подібна дзвону. В аналітико-числовий спосіб з використанням пакетів «MatLab®», «Statistica®» і «Математика®» (Wolfram) отримано розрахункові формули для оцінювання ризиків інвестиційних проектів, придатні для використання у практиці фінансового менеджменту та в інтелектуальних системах підтримки прийняття інвестиційних рішень.

Ключові слова: інвестиційний проект, нечіткі множини, нечіткі числа, функції належності, ризик.

Н. Е. СИНЦКИЙ,
кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры экономико-математических дисциплин и
информационных технологий
Национальная академия статистики, учета и аудита

К вопросу оценивания рисков инвестиционных проектов с использованием нечетких множеств

Кратко проанализированы подходы к оцениванию рисков инвестиционных проектов с использованием экономических критериев в виде нечетких величин. Рассмотрены случаи, когда критерий проекта представлен нечетким числом, функция принадлежности которого имеет вид трапеции, кривой Гаусса и колокола (плоскую вершину и несимметричные «крылья»). Аналитико-числовым способом с использованием пакетов «MatLab®», «Statistica®» и «Математика®» (Wolfram) получены расчетные формулы для оценивания рисков инвестиционных проектов, пригодные для использования в практике финансового менеджмента и в интеллектуальных системах поддержки принятия решений.

Ключевые слова: инвестиционный проект, нечеткие множества, нечеткие числа, функции принадлежности, риск.

¹ Наукові результати, подані у цій статті, отримано в межах НДР з реєстраційним номером 0118U006677, 01.01.2019–31.12.2022.

On the Issue of Risk Assessment of Investment Projects Using Fuzzy Sets

Approaches to risk assessment of investment projects with the use of economic criteria in the form of fuzzy values have been briefly analyzed. Cases where the project criterion is represented by a fuzzy number with a membership function that has a shape of a trapezoid, a Gauss curve and a bell (flat top and asymmetric “wings”) have been considered.

The calculation formulae for assessing the risks of investment projects, suitable to be used in financial management practices and decision support systems, are obtained using analytical-numerical methods in «MatLab®», «Statistica®» and “Mathematics®» (Wolfram) applications.

Keywords: investment project, fuzzy sets, fuzzy numbers, membership functions, risk.

Постановка проблеми. Розвиток теорії нечітко-множинного моделювання (НММ) породив методи оцінювання ризиків інвестиційних проєктів (ІП) шляхом порівняння функцій належності (ФН) нечіткого показника, обраного за критерій (наприклад, NPV), з його чітким чи нечітким нормативом. Слабо дослідженим залишається питання використання в них нелінійних ФН дзвоноподібного типу, що нагадують статистичні розподіли.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В сучасних дослідженнях домінує підхід до оцінювання ризиків на основі НМ з використанням інтегральних підходів за аналогією з принципами геометричної ймовірності [1–5]. Не знайшла практичного впровадження думка [6, 7] стосовно оцінювання ступеня невизначеності потрапляння прогнозу в заданий інтервал через міру нечіткості результату. Те ж саме стосується можливості упорядкування інтервалів відносно певної межі за відстанню до неї [1] та прийняття за міру ризику максимальної степені належності для від’ємних значень NPV [8]. На теоретичному рівні залишається пропозиція щодо прийняття рішень за значеннями Z -чисел [9–11].

За аналогією з імовірнісним підходом деякі автори оцінюють ступінь ризику ІП за відношенням площі фігури, що представляє перетин графіків ФН нормативу прийнятності ІП ($\mu(G)$) і ФН критерію NPV ($\mu(NPV)$), до площі під графіком функції $\mu(NPV)$. В разі чіткого нормативу прийнятності ІП (сингтон) розрахункова формула має вигляд:

$$RE_{[NPV]} = \int_0^G \mu(NPV) d(NPV) / \int_0^{NPV^+} \mu(NPV) d(NPV) \quad (1)$$

де G – чітке значення нормативного рівня прийнятності ІП; NPV^+ – максимальне значення NPV ІП.

Достатньо популярною є запропонована свого часу компанією “Воронов і Максимов” і розвинена А. О. Недосекіним методика ($V \& M$ -показник©), за якою ступінь ризику ІП, тобто можливість виникнення ситуації, коли інтервал $[NPV]$ на будь-якому α -рівні буде меншим за норматив G , визначається як [4, 5, 12–14]:

$$V \& M_{[NPV] < G} = \int_0^{\alpha_G} \varphi(\alpha) d\alpha \quad (2)$$

де $\varphi(\alpha)$ – відношення частини інтервалу, що “відсікається” нормативом G від лівої межі α -інтервалу, до його повної довжини.

Для ФН NPV у формі трикутника (т. зв. t -функція, див. огляд [15]):

$$\alpha_G = \begin{cases} 0, & \text{якщо } G \leq NPV^- \\ \frac{G - NPV_{\min}^-}{NPV_{av}^- - NPV_{\min}^-}, & \text{якщо } NPV^- < G < NPV_{av}^- \\ 1 & \text{якщо } G = NPV_{av}^- \\ \frac{NPV_{\max}^+ - G}{NPV_{\max}^+ - NPV_{av}^+}, & \text{якщо } NPV_{av}^+ < G < NPV^+ \\ 0, & \text{якщо } G \geq NPV^+ \end{cases} \quad (3)$$

Беручи до уваги, що величину $\varphi(\alpha_i)$ для кожного α -перерізу визначає формула (2), вираз для ризику ІІ, ФН якого представлена трикутним нечітким числом (НЧ), обчислюється за формулою:

$$V \& M_{tri} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } G \leq NPV^- \\ \frac{G - NPV^-}{NPV^+ - NPV^-} (1 + \frac{1 - \alpha_G}{\alpha_G} \ln |1 - \alpha_G|) & \text{якщо } NPV^- < G < NPV_{av}^- \\ \frac{NPV_{av}^- - NPV^-}{NPV^+ - NPV^-} & \text{якщо } G = NPV_{av}^- \\ \alpha_G + \frac{NPV^+ - G}{NPV^+ - NPV^-} \left[\left(1 - \frac{1}{\alpha_G} \right) \ln |1 - \alpha_G| - 1 \right], & \text{якщо } NPV_{av}^+ < G < NPV^+ \\ 1, & \text{якщо } G \geq NPV^+ \end{cases} \quad (4)$$

тут NPV^- , NPV^+ , NPV_{av} – відповідно абсциси лівої та правої границь основи трикутника та його вершини (т. зв. значимі точки).

В роботі [16] цей підхід було поширено на різні варіанти нечітких нормативів. На жаль, автори обмежились випадком трикутних НЧ, звідки неможливо зробити висновок щодо меж застосування показника $V \& M$.

Автор [17] дійшов висновку, що для отримання порівнюваних результатів з використанням показника $V \& M$ його слід модифікувати шляхом зважування:

$$Risk_{[NPV]} = \int_0^{\alpha_G} \varphi(\alpha)_{[NPV] \leq G} w(\alpha) d\alpha, \quad (5)$$

де $w(\alpha) = \alpha / \int_0^{\alpha_G} \alpha d\alpha = 2 \cdot \alpha / \alpha_G^2$,

та нормування на величину площі під ФН.

Деякі автори віддають перевагу інтервально-ймовірнісному підходу, в якому нечіткі параметри порівнюються з використанням принципу Гурвіца, що враховує відношення до ризику особи, яка приймає рішення (див., напр., [12]). Варіантів – багато, і єдиної узгодженої думки з питання обрахунку ризику ІІ поки що не існує.

Мета дослідження. Зважаючи на вищесказане автор поставив за мету дослідити можливість поширення $V \& M$ -підходу на випадки оцінювання ризиків ІІ з використанням ФН типу трапеції, функції Гауса та узагальненого дзвону.

Результати дослідження. У випадку ФН, що має форму трапеції, варіанти оцінювання ризику ІІ з використанням в якості критерію показника NPV схематично показані на рис. 1:

Рис. 1. Варіанти співвідношень та побудова області неефективності інвестицій для випадку, коли ФН $\mu(NPV)$ має форму трапеції, а норматив представлений чітким числом (G)

Відповідні аналітичні вирази для цих варіантів мають вигляд:

$$Risk_{trap} = \begin{cases} 0, & \text{якщо } G < NPV^- \\ \int_0^{\alpha_G} \frac{G - NPV^- - \alpha(NPV1_{av} - NPV^-)}{(NPV^+ - NPV^-)(1 - \alpha) + \alpha UB} d\alpha, & \text{якщо } NPV^- \leq G \leq NPV1_{av} \\ \int_0^{\alpha_G} \frac{(1 - \alpha)(NPV^- - NPV1_{av}) + G}{(NPV^+ - NPV^-)(1 - \alpha) + \alpha UB} d\alpha, & \text{якщо } NPV1_{av} \leq G \leq NPV2_{av} \\ \int_0^{\alpha_G} \frac{NPV^+ - \alpha(NPV^+ - NPV2_{av}) - G}{(NPV^+ - NPV^-)(1 - \alpha) + \alpha UB} d\alpha, & \text{якщо } NPV2_{av} \leq G \leq NPV^+ \\ 1, & \text{якщо } G > NPV^+ \end{cases} \quad (6)$$

де $[NPV^+, NPV^-]$ – носій НЧ критерію NPV ;

$NPV2_{av}$, $NPV1_{av}$ – ядро НЧ критерію NPV , довжина якого дорівнює UB ;

$UB = NPV2_{av} - NPV1_{av}$.

У загальному випадку параметр α_G записується як:

$$\alpha_G = \begin{cases} 0, & \text{якщо } G \leq NPV_{min} \\ \frac{G - NPV_{min}}{NPV1_{av} - NPV_{min}}, & \text{якщо } NPV_{min} < G < NPV1_{av} \\ 1, & \text{якщо } NPV1_{av} \leq G \leq NPV2_{av} \\ \frac{NPV_{max} - G}{NPV_{max} - NPV2_{av}}, & \text{якщо } NPV2_{av} < G < NPV_{max} \\ 0, & \text{якщо } G \geq NPV_{max} \end{cases} \quad (7)$$

З урахуванням (7) інтеграл у другому рядку формули (6) дорівнює:

$$Risk_{trap, NPV1_{av} > G} = \int_0^{\alpha_G} \frac{C_1 - C_2 \alpha_i}{C_3 + C_4 \alpha_i} d\alpha_i = \frac{C_1}{C_4} \ln \left| 1 + \frac{C_4}{C_3} \alpha_G \right| - \frac{C_2}{C_4^2} [C_4 \alpha_G - C_3 \ln |1 + \frac{C_4}{C_3} \alpha_G|], \quad (8)$$

$$\text{де } C_1 = G - NPV_{\min}; C_2 = NPV_{av} - NPV_{\min}; C_3 = NPV_{\max} - NPV_{\min}; \quad (9)$$

$$C_4 = UB - (NPV_{\max} - NPV_{\min}).$$

А у третьому рядку (6):

$$\begin{aligned} Risk_{trap, NPV_{2av} < G < NPV_{\max}} &= 1 - \int_0^{\alpha_G} \frac{NPV_{\max} - \alpha(NPV_{\max} - NPV_{2av}) - G}{(NPV_{\max} - NPV_{\min})(1 - \alpha) + \alpha UB} d\alpha = \\ &= \frac{C_5}{C_4} \ln \left| 1 + \frac{C_4}{C_3} \alpha_G \right| - \frac{C_6}{C_4^2} [C_4 \alpha_G - C_3 \ln \left| 1 + \frac{C_4}{C_3} \alpha_G \right|] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{де } C_5 = NPV^+ - G; C_6 = NPV^+ - NPV_{2av}.$$

Розглянемо наступний варіант: апроксимацію ФН критерію NPV кривою Гауса (рис. 2):

Рис. 2. Варіанти співвідношень та побудова області неефективності інвестицій для варіанту $\mu(NPV)$ у формі кривої Гауса

$$\mu(NPV) = \alpha(NPV) = \exp \left\{ -0,5 [NPV(\alpha) - NPV_{av}]^2 / \sigma_{NPV}^2 \right\}, \quad (11)$$

де NPV_{av} – абсциса максимального значення ФН, що дорівнює 1;

σ_{NPV}^2 – квадрат перерізу, що відповідає $\alpha = 0.5$.

Запишемо (11) у вигляді:

$$\square \ln \alpha = C_1 [NPV(\alpha) - C_2]^2 / C_3, \text{ де } C_1 = 0,5; C_2 = NPV_{av}; C_3 = \sigma_{NPV}^2 \text{ або}$$

$$-\frac{C_3}{C_1} \ln \alpha = [NPV(\alpha) - C_2]^2 \rightarrow NPV(\alpha) = C_2 \pm \sqrt{-\frac{C_3}{C_1} \ln \alpha};$$

Очевидно

$$NPV_1^{(\alpha)} = C_2 - \sqrt{-\frac{C_3}{C_1} \ln \alpha}; NPV_2^{(\alpha)} = C_2 + \sqrt{-\frac{C_3}{C_1} \ln \alpha} \quad (12)$$

$$i \quad NPV_2^{(\alpha)} - NPV_1^{(\alpha)} = 2 \left(\sqrt{-\frac{C_3}{C_1} \ln \alpha} \right). \quad (13)$$

Тоді, якщо норматив перетинає ФН до її вершини,

$$Risk_{gauss} = \int_0^{\alpha_G} \varphi(\alpha)_{[NPV] < G} d\alpha = \int_0^{\alpha_G} \frac{G - NPV_1^{(\alpha)}}{NPV_2^{(\alpha)} - NPV_1^{(\alpha)}} d\alpha = \int_0^{\alpha_G} \frac{G + \sqrt{-\frac{C_3}{C_1} \ln \alpha} - C_2}{2 \left(\sqrt{-\frac{C_3}{C_1} \ln \alpha} \right)} d\alpha =$$

$$= \frac{G - C_2}{2 \left(\sqrt{\frac{C_3}{C_1}} \right)} \int_0^{\alpha_G} \frac{d\alpha}{\sqrt{-\ln \alpha}} + \frac{1}{2} \int_0^{\alpha_G} d\alpha = \frac{G - C_2}{2 \left(\sqrt{\frac{C_3}{C_1}} \right)} \int_0^{\alpha_G} \frac{d\alpha}{\sqrt{-\ln \alpha}} + \frac{1}{2} \alpha_G$$

Зробивши у (14) заміни:

$$t = \sqrt{-\ln \alpha}; \quad -\ln \alpha = t^2; \quad \alpha = \exp(-t^2), \quad (15)$$

отримаємо:

$$I = \int_0^{\alpha_G} \frac{d\alpha}{\sqrt{-\ln \alpha}} = \int_{t_0}^{\alpha_G} \frac{d \exp(-t^2)}{t} = \int_{t_0}^{t_G} \frac{-2t \exp(-t^2)}{t} dt = -2 \int_{t_0}^{t_G} \exp(-t^2) dt. \quad (16)$$

Для розрахунку інтегралу (16) використаємо чисельний спосіб для області можливих значень t з подальшою апроксимацією результатів спеціально підбраною формулою. Перша задача була розв'язана у середовищі *MatLab*, а друга – за допомогою процедури нелінійної апроксимації у ППП *Statistica*. Для $\alpha_G = [0,01; 1,0]$, тобто для $t = [2,623; 0]$, з використанням інтегрування методом трапецій отримаємо:

$$\int_{t_0}^{t_G} \exp(-t^2) dt = 0,88827 \cdot (1 - \exp(-0,00279 - 1,08814 \cdot x - 0,74439 \cdot x^2)). \quad (17)$$

Скориставшись (17), в результаті маємо:

$$Risk_{gauss, G \leq NPV_{av}} = \frac{G - C_2}{2 \cdot \left(\sqrt{\frac{C_3}{C_1}} \right)} \cdot 1,77654 \cdot (1 - \exp(-0,00279 - 1,08814 \cdot t_G - 0,74439 \cdot t_G^2)) + \frac{1}{2} \alpha_G, \quad (18)$$

де величина α_G визначається з (11):

$$\alpha(G) = \alpha_G = \exp\{-0,5 \cdot [G - NPV_{av}]^2 / \sigma_{NPV}^2\} \quad (19)$$

У випадку перетину нормативом G правої гілки ФН ризик проєкту можна записати як одиниця мінус антиризик:

$$Risk_{gauss} = 1 - \int_0^{\alpha_G} \varphi(\alpha)_{[NPV_{av} < G]} d\alpha = 1 - \int_0^{\alpha_G} \frac{NPV_2^{(\alpha)} - G}{NPV_2^{(\alpha)} - NPV_1^{(\alpha)}} d\alpha =$$

$$= 1 + \frac{C_2 - G}{\left(\sqrt{\frac{C_3}{C_1}} \right)} \cdot 0,88827 \cdot (1 - \exp(-0,00279 - 1,08814 \cdot t_G - 0,74439 \cdot t_G^2)) - \frac{1}{2} \alpha_G. \quad (20)$$

Сума ризику та антиризiku завжди дорівнює одиниці. Тому значення ризику для випадку $G > NPV_{av}$ можна знаходити, користуючись як формулою (18), так і (20).

На думку автора, найважливішим варіантом наближення ФН критеріального показника ІП, що вимагає розгляду, є т. зв. “дзвоноподібна” функція, у якій права і ліва гілки не є симетричними та/або вершина – плоска. Про популярність такої “конструкції” свідчить включення до пакету *Fuzzy Logic Toolbox (MatLab)* функцій $gbellmf(x, a, b, c) = 1 / (1 + |(x - c) / a|^{2b})$, а також “узагальнений дзвін”: $dsigmf(x, (a1, c1, a2, c2))$, що представляє різницю двох сигмод: $sigmf(x, [a_1, b_1]) - sigmf(x, [a_2, b_2]) = \{1 + \exp[-a_1(x - b_1)]\}^{-1} - \{1 + \exp[-a_2(x - b_2)]\}^{-1}$.

Якщо ФН не є симетричною, то у знаменнику (14) замість $2(C_3/C_1)^{(1/2)}$ стоятиме $((C_3 + C_5)/C_1)^{(1/2)}$, де C_3 і $C_5 = \sigma^2$ відповідно ліва та права гілки “дзвону”. Додавання ж плоскої вершини приводить до значної модифікації виразів (11), (18) і (20). В цьому випадку:

$$\mu(NPV) = \begin{cases} \exp[C_1(NPV_1^{(\alpha)} - C_2)^2 / C_3], & \text{якщо } NPV_1^{(\alpha)} < NPV1_{av} \\ 1, & \text{якщо } NPV1_{av} = NPV_1^{(\alpha)} \text{ \& } NPV_2^{(\alpha)} = NPV2_{av} \\ \exp[C_1(NPV_2^{(\alpha)} - C_4)^2 / C_5], & \text{якщо } NPV_2^{(\alpha)} > NPV2_{av} \end{cases}$$

$$\text{де } C_1 = 0,5; C_2 = NPV1_{av}; C_3 = \sigma_{1NPV}^2; C_4 = NPV2_{av}; C_5 = \sigma_{2NPV}^2. \quad (21)$$

Рис. 3. Варіанти співвідношень та побудова області неефективності інвестицій для $\mu(NPV)$ типу узагальненого дзвону

За аналогією з (12):

$$NPV_1^{(\alpha)} = C_2 - \sqrt{-\frac{C_3}{C_1} \ln \alpha}; \quad NPV_2^{(\alpha)} = C_4 + \sqrt{-\frac{C_5}{C_1} \ln \alpha} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} NPV_2^{(\alpha)} - NPV_1^{(\alpha)} &= \left(\sqrt{-\frac{C_5}{C_1} \ln \alpha} \right) + \left(\sqrt{-\frac{C_3}{C_1} \ln \alpha} \right) + C_4 - C_2 = \\ &= UB + \left(\sqrt{-\ln \alpha} \right) \left(\sqrt{\frac{C_5}{C_1}} + \sqrt{\frac{C_3}{C_1}} \right). \end{aligned} \quad (23)$$

де $UB = (NPV2_{av} - NPV1_{av})$ – ядро ФН.

Вираз для ризику має вигляд:

$$\begin{aligned}
 Risk_{gaus} &= \int_0^{\alpha_G} \phi(\alpha)_{[NPV] < G} d\alpha = \int_0^{\alpha_G} \frac{G + \sqrt{-\frac{C_3}{C_1} \ln \alpha} - C_2}{\left(\sqrt{-\ln \alpha}\right) \left(\sqrt{\frac{C_5}{C_1}} + \sqrt{\frac{C_3}{C_1}}\right) + UB} d\alpha = \\
 &= C_6 \int_0^{\alpha_G} \frac{d\alpha}{\sqrt{-\ln \alpha} \cdot C_7 + C_8} + \sqrt{\frac{C_3}{C_1}} \int_0^{\alpha_G} \frac{\sqrt{-\ln \alpha} d\alpha}{\sqrt{-\ln \alpha} \cdot C_7 + C_8} = C_6 \int_0^{\alpha_G} \frac{d\alpha}{C_7 \sqrt{-\ln \alpha} + C_8} + \\
 &+ C_9 \int_0^{\alpha_G} \frac{\sqrt{-\ln \alpha} d\alpha}{C_7 \sqrt{-\ln \alpha} + C_8} \quad (24)
 \end{aligned}$$

$$\text{де } C_6 = G - C_2 = G - NPV I_{av}; \quad C_7 = \sqrt{\frac{C_5}{C_1}} + \sqrt{\frac{C_3}{C_1}} = \sqrt{\frac{\sigma_{2NPV}^2}{0,5}} + \sqrt{\frac{\sigma_{1NPV}^2}{0,5}} = \sqrt{\frac{\sigma_{2NPV}^2 + \sigma_{1NPV}^2}{0,5}};$$

$$C_8 = UB; \quad C_9 = \sqrt{\frac{C_3}{C_1}} = \sqrt{\frac{\sigma_{1NPV}^2}{0,5}}.$$

Спростивши інтеграли у (24) підстановками (15), отримуємо:

$$\begin{aligned}
 &C_6 \int_0^{\alpha_G} \frac{d\alpha}{C_7 \sqrt{-\ln \alpha} + C_8} + C_9 \int_0^{\alpha_G} \frac{\sqrt{-\ln \alpha} d\alpha}{C_7 \sqrt{-\ln \alpha} + C_8} = \\
 &- \frac{2C_6}{C_7} \int_{t_0}^{t_G} \exp(-t^2) \cdot dt + \frac{2C_6}{C_7} \int_{t_0}^{t_G} \frac{\exp(-t^2) \cdot dt}{C_{10}t + 1} - \frac{2C_9}{C_8} \int_{t_0}^{t_G} \frac{t^2 \exp(-t^2) dt}{1 + C_{10}t} \quad (25)
 \end{aligned}$$

$$\text{де } C_{10} = C_7/C_8.$$

Для знаходження інтегралів у (25) було використано вираз (17), а також рішення програми “Математика” на сайті WolframAlpha:

$$\begin{aligned}
 &\int_{t_0}^{t_G} \exp(-t^2) \cdot dt = \left[t - \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{10}t^5 \right]_{t_0}^{t_G} = t_G - t_0 - \frac{1}{3}(t_G^3 - t_0^3) + \frac{1}{10}(t_G^5 - t_0^5); \\
 &\int_{t_0}^{t_G} \frac{\exp(-t^2) \cdot dt}{at + 1} = \left[t - \frac{1}{2}at^2 + \frac{1}{3}(a^2 - 1)t^3 + \frac{1}{4}(a - a^3)t^4 + \frac{1}{5}(a^4 - a^2 + \frac{1}{2})t^5 + \frac{1}{6}(-a^5 + a^3 - \frac{a}{2})t^6 + \right. \\
 &+ \frac{1}{42}(6a^6 - 6a^4 + 3a^2 - 1)t^7 + o(t^8) \left. \right]_{t_0}^{t_G} = t_G - t_0 - \frac{1}{2}a \cdot (t_G^2 - t_0^2) + \frac{1}{3}(a^2 - 1)(t_G^3 - t_0^3) + \\
 &+ \frac{1}{4}(a - a^3)(t_G^4 - t_0^4) + \frac{1}{5}(a^4 - a^2 + \frac{1}{2})(t_G^5 - t_0^5) + \frac{1}{6}(-a^5 + a^3 - \frac{a}{2})(t_G^6 - t_0^6) + \\
 &+ \frac{1}{42}(6a^6 - 6a^4 + 3a^2 - 1)(t_G^7 - t_0^7), \\
 &\int_{t_0}^{t_G} \frac{t^2 \exp(-t^2) dt}{1 + at} = \left[\frac{1}{3}t^3 - \frac{a}{4}t^4 + \frac{1}{5}(a^2 - 1)t^5 + \frac{1}{6}(a - a^3)t^6 + \frac{1}{7}(a^4 - a^2 + \frac{1}{2})t^7 + \frac{1}{8}(-a^5 + a^3 - \frac{a}{2})t^8 + \right. \\
 &+ \frac{1}{54}(6a^6 - 6a^4 + 3a^2 - 1)t^9 + O(t^{10}) \left. \right]_{t_0}^{t_G} = \frac{1}{3}(t_G^3 - t_0^3) - \frac{a}{4}(t_G^4 - t_0^4) + \frac{1}{5}(a^2 - 1)(t_G^5 - t_0^5) + \\
 &+ \frac{1}{6}(a - a^3)(t_G^6 - t_0^6) + \frac{1}{7}(a^4 - a^2 + \frac{1}{2})(t_G^7 - t_0^7) + \frac{1}{8}(-a^5 + a^3 - \frac{a}{2})(t_G^8 - t_0^8) + \\
 &+ \frac{1}{54}(6a^6 - 6a^4 + 3a^2 - 1)(t_G^9 - t_0^9). \quad (26)
 \end{aligned}$$

З урахуванням (26) отримано:

$$\begin{aligned} Risk_{gaus} = & -\frac{2C_6}{C_7} [2(t_G - t_0) - \frac{1}{2}a \cdot (t_G^2 - t_0^2) + \frac{1}{3}(t_G^3 - t_0^3)(a^2 - 2) + \frac{1}{4}(a - a^3)(t_G^4 - t_0^4) + \\ & + \frac{1}{5}(t_G^5 - t_0^5)(a^4 - a^2 + 1) + \frac{1}{6}(-a^5 + a^3 - \frac{a}{2})(t_G^6 - t_0^6) + \frac{1}{42}(6a^6 - 6a^4 + 3a^2 - 1)(t_G^7 - t_0^7)] - \\ & - \frac{2C_9}{C_8} [\frac{1}{3}(t_G^3 - t_0^3) - \frac{a}{4}(t_G^4 - t_0^4) + \frac{1}{5}(a^2 - 1)(t_G^5 - t_0^5) + \frac{1}{6}(a - a^3)(t_G^6 - t_0^6) + \\ & + \frac{1}{7}(a^4 - a^2 + \frac{1}{2})(t_G^7 - t_0^7) + \frac{1}{8}(-a^5 + a^3 - \frac{a}{2})(t_G^8 - t_0^8) + \frac{1}{54}(6a^6 - 6a^4 + 3a^2 - 1)(t_G^9 - t_0^9)]. \quad (27) \end{aligned}$$

Як показали чисельні розрахунки, результати оцінювання ризиків з використанням у формулі (2) нелінійних ФН типу (11) і (21) виходять за межі діапазону [0; 1] і тому лише після нормалізації за формулою

$$Risk_{norm} = (Risk - RiskNPV^-) / (RiskNPV^+ - RiskNPV^-), \quad (28)$$

де $RiskNPV^-$ і $RiskNPV^+$ – мінімальне і максимальне значення ризику в ряду визначених за (11) чи (21) його значень;

можуть бути використані для порівняння ризиків ІІ з нечіткими критеріями, представленими ФН різних типів.

На рис. 4 наведено графіки залежностей оцінок ризиків ІІ для різних моделей ФН NPV проекту, побудованих на однакових вихідних даних. Можна бачити, що перехід від менш точної кусково-лінійної апроксимації ФН до більш точної – нелінійної апроксимації збільшує оцінки ризику в межах першої третини шкали.

Рис. 4. Оцінки ризиків ІІ в залежності від значення чіткого нормативу для різних типів ФН нечіткого критерію NPV

Висновки

В аналітико-числовий спосіб отримано математичні вирази для оцінювання ризику інвестиційного проекту шляхом порівняння заданого чіткого значення NPV з його нечіткою оцінкою, ФН якої має форму трапеції, кривої Гауса та узагальненого дзвону.

Показано, що використання нелінійних ФН в складі V&M-показника вимагає його нормування на одиницю.

Знайдені співвідношення можуть бути використані у базі правил системи підтримки прийняття рішень щодо реалізації інвестиційних проєктів у сфері стратегічних інновацій.

Список використаних джерел

1. Кофман А., Хил Алуха Х. Введение теории нечетких множеств в управлении предприятиями. Пер. с исп. Минск: Высш. шк., 1992. 224 с.
2. Батыршин И. З., Недосекин А. О., Стецко А. А., Тарасов В. Б., Язенин А. В., Ярушкина Н. Г. Нечеткие гибридные системы. Теория и практика / Под ред. Н. Г. Ярушкиной. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 208 с.
3. Трифонов Е. С. Сравнительный анализ теории нечетких множеств и классического вероятностного подхода к оценке возможности неблагоприятного исхода венчурных инвестиций // Креативная экономика. 2009. № 3. С. 139–145.
4. Вакулина Г. М. Нечетко-множественный подход в анализе рисков инвестиционных проектов // Экономика и менеджмент систем управления. 2012. № 43(6) [Электронный ресурс]. URL: https://www.usurt.ru/uploads/data/.../8.../188_5_8_11.pdf. (дата обращения: 13.02.2018).
5. Раскатова М. И. Оценка риска инвестиционных проектов с применением теории нечетких множеств // Проблемы экономики и менеджмента. 2013. Вып. 4(20). С. 63–67.
6. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление. Пер. с англ. 3-е изд. (эл.). М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015 [Электронный ресурс]. URL: <http://files.pilotlz.ru/pdf/cC1319-8-ch.pdf> (дата обращения: 13.02.2019).
7. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложение к представлению знаний в информатике. Пер. с фр. М.: Радио и связь, 1990. 220 с.
8. Виленский П. Л., Лифшиц В. Н., Смоляк С. А. Оценка эффективности инвестиционных проектов. Теория и практика. М.: Дело, 2002. 888 с.
9. Zade L. A. A note on Z-numbers // Information Sciences. 2011. No 181. P. 2923–2932.
10. Зак Ю. А. Принятие решений в условиях нечетких и размытых данных: Fuzzy-технологии. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. 352 с.
11. Полещук О. М. Использование Z-чисел для поддержки принятия решений в условиях высокой степени неопределенности // Экономика и управление: реалии и перспективы: сборник статей (Чебоксары, 18 мая 2018 г.). Чебоксары: ИД «Среда», 2018. С. 92–96. ISBN 978-5-6040294-3-5.
12. Недосекин А. О. Нечетко-множественный анализ риска фондовых инвестиций. СПб: Сезам, 2002. 181 с.
13. Недосекин А. О., Абдулаева З. И., Рейшахрит Е. И., Козловский А. Н. Применение нечетких множеств и мягких вычислений в экономике и финансах (обзор). 50 с. [Электронный ресурс]. URL: http://an.ifel.ru/docs/FE_review.pdf (дата обращения: 27.03.2018).
14. Коцюба О. С. Кількісне оцінювання господарського ризику в межах нечітко-множинної методології // Стратегія економічного розвитку України. 2015. № 36. С. 195–208.
15. Халов Е. А. Систематический обзор четких одномерных функций принадлежности интеллектуальных систем // Информационные технологии и вычислительные системы. 2009. № 3. С. 60–74.
16. Недосекин А. О., Кокош А. М. Оценка риска инвестиций для произвольно-размытых факторов инвестиционного проекта // International Fuzzy Economics Lab (Россия) [Электронный ресурс]. URL: <http://www.ifel.ru/br3/5.pdf> (дата обращения: 13.02.2018).
17. Коцюба О. С. Оцінювання ступеня ризику в разі одночасності нечіткості критерію і нормативу привабливості господарської діяльності // Науковий вісник Миколаївського національного університету ім. В. О. Сухомлинського. 2015. Вип. 6. С. 953–958.

References

1. Kofman A., Gil Aluja J. (1992). *Vvedeniye teorii nechetkikh mnozhestv v upravlenii predpriyatiyami* [Introduction of the fuzzy set theory in business management]. Trans. from Spanish. Minsk: Vysshaya shkola [in Russian].
2. Batyrshin I. Z., Nedosekin A. O., Stetsko A. A., Tarasov V. B., Yazenin A. V., Yarushkina N. G. (2007). *Nechetkiye gibridnyye sistemy. Teoriya i praktika* [Fuzzy hybrid systems. Theory and practice]. N. G. Yarushkinoy (ed). Moscow: FIZMATLIT [in Russian].
3. Trifonov Ye. S. (2009). Sravnitelnyi analiz teorii nechetkikh mnozhestv i klassicheskogo veroyatnostnogo podkhoda k otsenke vozmozhnosti neblagopriyatnogo iskhoda venchurnykh investitsiy [A comparative analysis of the fuzzy sets and the classical probabilistic approach to the assessment of the probability of unfavorable result of venture investment]. *Kreativnaya ekonomika – Creative economy*, 3, 139–145 [in Russian].
4. Vakulina G. M. (2012). Nechetko-mnozhestvennyy podkhod v analize riskov investitsionnykh proyektov [The fuzzy-multiple approach in analyses of risks of investment projects]. *Ekonomika i menedzhment sistem upravleniya – Economics and management of management systems*, 43(6). Retrieved from https://www.usurt.ru/uploads/data/.../8.../188_5_8_11.pdf. (date of access: 13.02.2018) [in Russian].
5. Raskatova M. I. (2013). Otsenka riska investitsionnykh proyektov s primeneniye teorii nechetkikh mnozhestv [The risk assessment of investment projects using the fuzzy sets theory]. *Problemy ekonomiki i menedzhmenta – Problems of economics and management*, 4(20), 63–67 [in Russian].
6. Pegat A. (2015). Nechetkoe modelirovaniye i upravleniye [Fuzzy modeling and control]. Trans. from English. 3rd ed. Moscow: BINOM. Laboratoriya znaniy. Retrieved from <http://files.pilotlz.ru/pdf/cC1319-8-ch.pdf> (date of access: 13.02.2019) [in Russian].
7. Dubois D., Prad A. (1990). *Teoriya vozmozhnostey. Prilozheniye k predstavleniyu znaniy v informatike* [Theory of Chances. Applications to Knowledge Representation in Informatics]. Trans. from French. Moscow: Radio and communication [in Russian].
8. Vilenskiy P. L., Lifshits V. N., Smolyak S. A. (2002). *Otsenka effektivnosti investitsionnykh proyektov. Teoriya i praktika* [Performance assessment of investment projects. Theory and practice]. Moscow: Delo [in Russian].
9. Zade L. A. (2011). A note on Z-numbers. *Information Sciences*, 181, 2923–2932.
10. Zak Yu. A. (2013). *Prinyatiye resheniy v usloviyakh nechetkikh i razmytykh dannykh: Fuzzy-tekhnologii* [Decision making in the conditions of fuzzy and blurred data: Fuzzy technologies]. Moscow: Book House “LIBROKOM” [in Russian].
11. Poleshchuk O. M. (2018). Ispolzovaniye Z-chisel dlya podderzhki prinyatiya resheniy v usloviyakh vysokoy stepeni neopredelennosti [Applications of Z-numbers to support decision making in the conditions of high degree of uncertainty]. Collection of articles: *Ekonomika i upravleniye – Economics and management*. (pp. 92–96). Cheboksary: Publishing House “Sreda”. ISBN 978-5-6040294-3-5 [in Russian].
12. Nedosekin A. O. (2002). *Nechetko-mnozhestvennyy analiz riska fondovykh investitsiy* [The fuzzy-multiple analysis of the risk of equity portfolio]. Saint-Petersburg: Sezam [in Russian].
13. Nedosekin A. O., Abdulaeva Z. I., Reishakhrit Ye. I., Kozlovsky A. N. *Primeneniye nechetkikh mnozhestv i myagkikh vychisleniy v ekonomike i finansakh (obzor)* [Application of fuzzy sets and soft computing in economics and finances (review)]. Retrieved from http://an.ifel.ru/docs/FE_review.pdf (date of access: 27.03.2018).
14. Kotsiuba O. S. (2015). Kilkisne otsiniuvannia hospodarskoho ryzyku v mezhakh nechitko-mnozhyhnoi metodolohii [The quantitative assessment of business risk by the fuzzy-multiple methodology]. *Stratelia ekonomichnoho rozvytku Ukrainy – Strategy of economic development of Ukraine*, 36, 195–208 [in Ukrainian].
15. Khalov Ye. A. (2009). Sistematicheskii obzor chetkikh odnomernykh funktsiy prinaldezhnosti intellektualnykh system [The regular review of crisp one-dimensional membership functions of intellectual systems]. *Informatsionnyye tekhnologii i vychislitelnyye sistemy – Journal of Information technologies and computing systems*, 3, 60–74 [in Russian].
16. Nedosekin A. O., Kokosh A. M. *Otsenka riska investitsiy dlya proizvolno-razmytykh faktorov investitsionnogo proyekta* [The risk assessment of investment for randomly

- blurred factors of an innovation project*]. International Fuzzy Economics Lab (Russia). Retrieved from <http://www.ifel.ru/br3/5.pdf> (date of access: 13.02.2018) [in Russian].
17. Kotsiuba O. S. (2015). Otsiniuvannya stupenia ryzyku v razі odnochasnosti nechitkosti kryteriiu i normatyvu pryvablyvosti hospodarskoi diialnosti [Estimation of risk level under fuzziness of criterion and normative level of economic activities performance]. *Naukovyi visnyk Mykolaivskoho natsionalnoho universytetu im. V. O. Sukhomlynskoho – Scientific bulletin of Sukhomlynskyi National University of Mykolaiv*, 6, 953–958 [in Ukrainian].

Посилання на статтю:

Сіницький М. Є. До питання оцінювання ризиків інвестиційних проектів з використанням нечітких множин. *Науковий вісник Національної академії статистики, обліку та аудиту: зб. наук. пр.* 2019. №4. С. 109–120. doi: 10.31767/nasoa.4.2019.10.